Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics, 37, 2, 2025. (13-28)

Ferdowsi University of Mashhad

Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics

Page Journal: mechanic-ferdowsi.um.ac.ir

Society of Manufacturing Engineering of Iran

Investigation into Brittle Flexural Failure in Composite Laminates by Crack Band Model and Hashin Theory*

Research Article

Ali Reza Nazari[1], Mehdi Khanzadeh-Moradllo[2]

10.22067/jacsm.2024.81229.1169

Abstract

To assess the ultimate strength of polymeric composite laminates, various criteria have been proposed, however the response of composite laminates depends on characteristics of the specimens such as the type of material, dimensions of the specimens and the fabrication type. In this paper, the composite laminates, made of UD glass fibers and vinylester resin were examined under 3PB condition. Additionally, the FE models were used to simulate the mechanical behavior of specimens under 3PB. The degradation of stiffness and the ultimate brittle failure of the laminates were modeled using the Hashin damage in the matrix and the bundle failure model related to breakage of the fibers. The algorithm determined for the FE model, could predict the ultimate strength of the composite laminates accurately. A comparison between the experimental and the simulation results indicated the reliability of the modeling technique to assess both progressive and brittle failures in the composite laminates.

Keywords: Composite laminates; Crack band model; Hashin criteria; Energy absorption; Progressive damage.

1. Introduction

The load carrying and failure behavior of fiber reinforced polymeric composite materials has been observed differently under various loading conditions, while various amounts of this difference have been reported for various materials. Mujika et al. [1] and Moreno et al. [2] observed smaller elastic modulus for graphite/epoxy laminates under a bending load in comparison to this parameter, measured under tensile load, however an inverse occurrence has been observed by Nazari et al. [3] for the glass/vinylester laminates. On the other hand, in contrary to the dramatic progressive failure behavior of graphite/epoxy laminated beams observed by Huang [4], Moreno et al. [2] reported a brittle failure for a group of graphite/epoxy laminates under bending load. So it is obvious that the predictions of a unique failure theory for these different results would not be accurate. The present research aimed to assess failure of the glass/vinylester composite laminates by taking into account a progressive damage to the matrix and a brittle failure, related to bundle of fibers, located under tensile stress in comparison to experimental observations.

2. Experimental program

The glass/vinylester composite laminated specimens were provided for tensile and bending tests. Figure 1 shows a three-point-bending test on a composite beam specimen using Zwick loading machine. The failure mechanism was probed for the specimens, fabricated from the parallel and perpendicular directions to the fibers. There was a sudden and brittle failure observed for the specimens under tensile load, but the flexural failure of the laminates took place sequentially, related to rupture of the layers, located under tension.

3. Simulation of progressive damage in matrix and crack band for fibers

The progressive damage of matrix due to propagation of micro cracks and rupture of fibers were simulated according to Hashin criteria and the maximum absorbed energy, respectively. The energy level, required for rupture of the layers was determined using the results of the tensile tests. Figure 2 shows the critical region of the specimens under tension and bending load to be involved with a crack band. The critical energy density, required for occurrence of the crack was measured by the tensile tests. Based on this theory, for rupture of the layers, it was enough that the energy density on the tensile area of the beams reach the critical level.

*Manuscript received February 19, 2023. Revised June 18, 2024, Accepted October 6, 2024.

[1] Corresponding author, Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Technical and Vocational University, Tehran, Iran.
Email: arnazari@tvu.ac.ir

[2] Assistant Professor, Department of Civil and Environmental Engineering, Temple University, Philadelphia, USA.



Figure 1. Test setup for three-point-bending test of FS1 specimen.

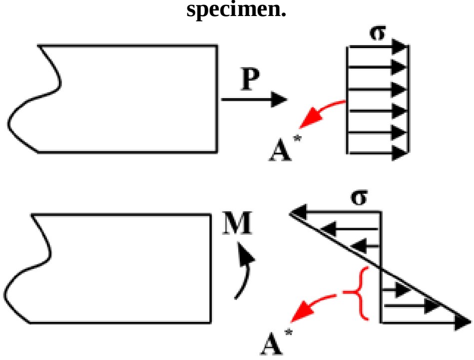


Figure 2. Critical region of the specimens, exposed to a crack band under (a) tension, (b) bending.

4. Results

In the four-layer bending specimens parallel to the fibers direction, the falling point of the maximum load carrying capacity was corresponding to the rupture of two tensile layers, located at the bottom. At the falling point of the second round of load carrying, the third layer from the bottom was ruptured. Figure 3 shows the ruptured layers of the bending specimen parallel to the fibers direction after test. Inspection of the rupture area for the beams indicated that there was a delamination between the intact and ruptured layers, however there was not such an influence prior to the rupture. Figure 4(a) shows the load-deflection graph for this specimen, obtained by the experiment and FE simulation. Each falling point of this graph indicated rupture of the tensile layers. The FE model showed the maximum tensile stress in this specimen, in the ultimate state, 16% higher than the tensile strength, measured by tensile test. The residual strength of the composite beam after the test was provided by the remained intact layer after rupture of the three bottom layers. For the bending specimen, perpendicular to the fibers orientation, the FE model predicted a sequential cracking, while in the experimental specimen, the maximum load carrying capacity interrupted by a diffusing mid-span crack from the tensile part to the compressive part of the section, located at the above which reduced suddenly about 90% of the load carrying capacity.

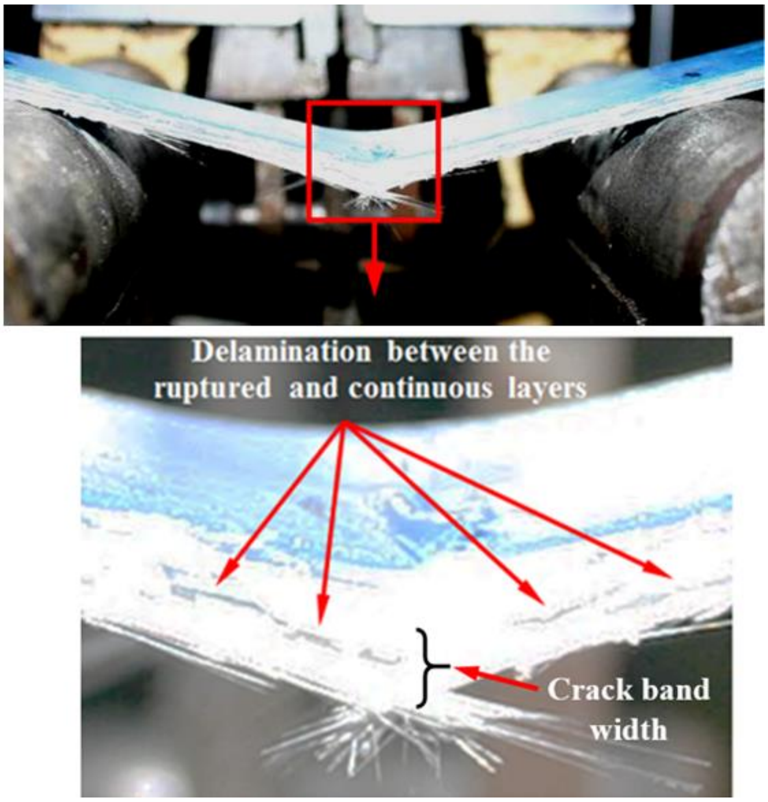


Figure 3. Rupture of the tensile layers in FS3 specimen after bending test.

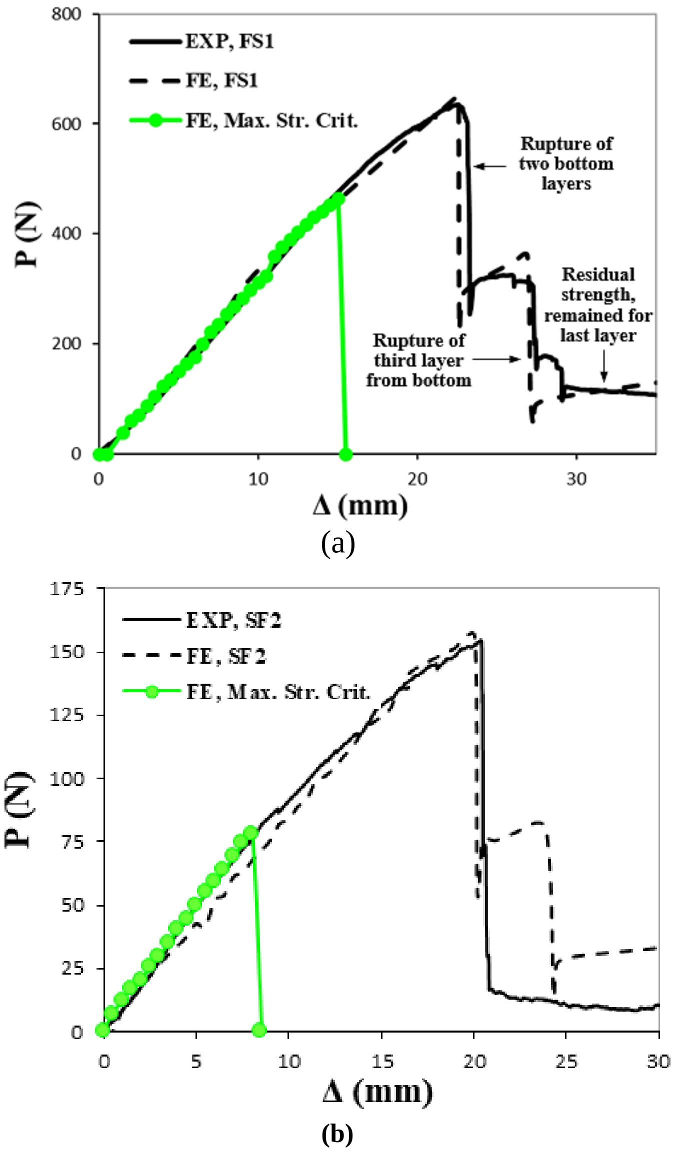


Figure 4. Load-deflection graphs, obtained for bending specimens, (a) FS1, (b) FS2.

The influence of progressive damage in the matrix was obvious for the bending specimen perpendicular to the fibers direction, through softening prior to the ultimate rupture state. Initiation of matrix damage was assessed according to Hashin criteria, while the progressive softening rule was implemented according to the amount of complementary energy, determined by Camanho and Davila [5]. In order to compare the results of the crack band theory, suggested for simulation of rupture, with the results obtained by the maximum strain criterion (Max. Str. Crit.), the load-deflection graphs of the beams were also obtained by both theories. The Max. Str. Crit. predicted a premature failure of the beams rather than the energy criterion.

5. Conclusion

The accuracy of the predictions for flexural failure of the bending specimens based on the crack band theory was promising. The results obtained by the suggested energy criterion were in convergence with the experimental observations, while the maximum stress/strain criteria predicted a premature failure for the composite beams. The future studies may be involved with examination of the rupture of specimens with various stacking sequence of the composite laminates and prediction of the failure loads based on the crack band theory.

References

[1] F. Mujika, N. Carbajal, A. Arrese, and I. Mondragon, "Determination of tensile and compressive moduli by flexural tests," *Polymer Testing*, vol. 25, no. 6, pp. 766-771, 2006. https://doi.org/10.1016/j.polymertesting.2006.05.003.

[2] M.C.S. Moreno, A.R. Gutiérrez and J.L.M. Vicente, "Different response under tension and compression of unidirectional carbon fibre laminates in a three-point

bending test," *Composite Structures*, vol. 136, pp. 706-711, 2016. https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.06.017.

[3] A.R. Nazari, M.Z. Kabir and H. Hosseni-Toudeshky, "Investigation into stiffness degradation progress in Glass/Vinylester laminated beams under large deformations," *Scientia Iranica A*, vol. 25, no. 5, pp. 2389-2403, 2018. https://doi.org/10.24200/sci.2017.4220.

[4] Z.M. Huang, "Progressive flexural failure analysis of laminated composites with knitted fabric reinforcement," *Mechanics of Materials*, vol. 36, pp. 239-260, 2004. https://doi.org/10.1016/S0167-6636(03)00011-5.

[5] P.P. Camanho and C.G. Davila, "Mixed-mode decohesion finite elements for the simulation of delamination in composite materials," NASA/TM-2002-211737, NASA Center for Aerospace Information (CASI), Virginia, 2002.

علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک

http://mechanic-ferdowsi.um.ac.ir

انجمن مهندسی ساخت و تولید ایران

دانشگاه فردوسی مشهد

پیش‌بینی شکست چندلایه‌های کامپوزیتی تحت خمش توسط مدل دسته ترک و معیار هشین *

مقاله پژوهشی

علیرضا نظری (۱)   مهدی خانزاده مرادلو (۲)

10.22067/jacsm.2024.81229.1169

چکیده *برای ارزیابی مقاومت نهایی در چندلایه‌های کامپوزیتی پایه پلیمری معیارهای مختلفی پیشنهاد شده، حال آنکه شکست ترد در این مواد کمتر بررسی شده است. در مقاله حاضر چندلایه‌های ساخته شده با الیاف تک‌جهته شیشه و رزین وینیل‌استر تحت بارگذاری سه نقطه خمشی در آزمایشگاه قرار گرفته و کاهش سختی وابسته به گسترش ترک‌خوردگی در ماتریس و خرابی نهایی وابسته به شکست ترد لایه‌ها به صورت گروهی ملاحظه شد. در ادامه مدل‌های المان محدود از نمونه‌های آزمایشگاهی شبیه‌سازی شده و با مقایسه نتایج مدل‌ها با نتایج آزمایشگاهی، مدل پیشنهادی برای خرابی مورد تصدیق قرار گرفت. پیش‌بینی کاهش سختی چندلایه‌ها به علت آسیب پیش‌رونده ماتریس بر مبنای میزان انرژی جذب‌شده و شکست ترد نهایی بر مبنای مدل دسته‌ترک که ایده جدید تحقیق حاضر بوده، دارای دقت خوبی در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی بود حال آنکه پیش‌بینی خرابی توسط معیار تنش بیشینه در مورد تیرهای همراستا با الیاف و عمود بر راستای الیاف به ترتیب با ۲۹٪ و ۵۰٪ خطا نسبت به مقادیر آزمایشگاهی بود.*

واژه‌های کلیدی چندلایه‌های کامپوزیتی، مدل دسته ترک، معیار خرابی هشین، انرژی جذب‌شده، آسیب پیش‌رونده.

مقدمه

مواد پلیمری تقویت‌شده با الیاف از ترکیب دو فاز شامل الیاف تقویت‌کننده با رفتار الاستیک و شکست غالبا ترد و دیگری یک ماده زمینه پلیمری که یکی از انواع رزین است تشکیل می‌شوند که فاز دوم دارای رفتاری نسبتا پیچیده بوده و ممکن است وابسته به نوع رزین و خصوصیات ابعادی قطعات، رفتار مکانیکی متغیری نشان دهد [1] به عنوان مثال تغییر مدول الاستیسیته و تنش نهایی قابل تحمل چندلایه‌های ساخته شده از این مواد تحت بارگذاری خمشی و کششی به صورت متفاوت گزارش شده است. بالاک [2] و ویسنام [3] اندازه‌گیری تنش نهایی بزرگ‌تر برای چندلایه کربن ـ اپوکسی تحت بار خمشی نسبت به مقاومت نهایی ماده تحت بار کششی را ، قرار گرفتن حجم کمتری از نقایص احتمالی ماده در معرض تنش بیشینه در شرایط بارگذاری خمشی نسبت به بارگذاری کششی عنوان کردند. ویتنی و نایت [4] بر اساس چنین مفهومی توسط مدول احتمالاتی ویبول، تلاش کردند میزان تنش نهایی بیشینه تجربه شده در چندلایه را زیر بارگذاری خمشی پیش‌بینی کنند. اسمیت و همکاران [5] مقدار مدول الاستیسیته خمشی اندازه‌گیری شده برای چندلایه‌های کربن ـ اپوکسی را کوچک‌تر از مدول الاستیسیته کششی مواد ملاحظه کردند. کتل و کیل [6] مقاومت خمشی چندلایه‌های از جنس شیشه ـ اپوکسی را حدود ۴۳ درصد بیشتر از مقاومت کششی این چندلایه‌ها ملاحظه کردند. دودیکان و همکاران [7] توسط مدلی بر اساس میزان انرژی جذب شده، خرابی چندلایه‌های کامپوزیتی را برای حالت‌های پیچیده تنش مناسب پیش‌بینی کردند.

دامنه و نوع تغییر خصوصیات مواد پلیمری برای جنس‌های مختلف به صورت متفاوت گزارش شده است حال آنکه تغییر خصوصیات، باعث تغییر رفتار مکانیکی تحت بارگذاری‌های

* تاریخ دریافت مقاله ۱۴۰۱/۱۱/۳۰ و تاریخ پذیرش آن ۱۴۰۳/۶/۲۶ می باشد.

(۱) نویسنده مسئول، استادیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه فنی و حرفه‌ای، تهران.

(۲) استادیار، گروه مهندسی عمران و محیط‌زیست، دانشگاه تمپل، فیلادلفیا، آمریکا.

Email: arnazari@tvu.ac.ir

مختلف مشاهده شده است. تغییر مشخصات مکانیکی چندلایه‌ها با تغییر اندازه نمونه به صورت گسترده توسط ویسنام [8] بررسی شده است. محمدی و محمودی [9] چندلایه‌های کامپوزیتی را بر اساس فرضیات کیرشهف و تئوری ورق‌های نازک مدل‌سازی کرده و تأثیر تغییر خصوصیات مکانیکی مواد را در نتیجه عوامل مختلف از جمله دما و رطوبت بر رفتار خمشی چندلایه‌ها به میزان قابل توجهی مشاهده کردند. رفتار مکانیکی چندلایه‌ها همچنین متأثر از شکل وسیله بارگذاری مشاهده شده است به عنوان مثال رمضانی و محمدی [10] خیز چندلایه‌های کامپوزیتی را ناشی از ضربه سقوط آزاد پرتابه‌های مختلف ملاحظه و بیشینه خیز متفاوتی را در برابر این پرتابه‌ها اندازه‌گیری کردند. موجیکا و همکاران [11] و مورنو و همکاران [12] کاهش مدول الاستیسیته خمشی نسبت به مدول الاستیسیته کششی در چندلایه‌های کربن ـ اپوکسی را به کاهش مدول الاستیسیته چندلایه‌ها تحت تنش فشاری نسبت به مدول الاستیسته ماده تحت کشش نسبت دادند که نتیجه آن کاهش مدول الاستیسیته خمشی نسبت به مدول الاستیسیته کششی بود، حال آنکه نظری و همکاران [13]، مدول الاستیسته خمشی چندلایه‌های شیشه/ وینیل‌استر را بزرگ‌تر از مدول الاستیسیته کششی مشاهده کردند که علت آن ممکن است بر اساس استدلال بالا به افزایش مدول الاستیسته وینیل‌استر تحت فشار نسبت به این پارامتر تحت کشش مربوط شود. باتاچاریا و همکاران [14] استفاده از مدل الیاف گروهی را برای بررسی مقاومت نهایی در تیرهای چندلایه بر اساس تابع احتمالاتی ویبول پیشنهاد کردند. کیم و هونگ [15] از مدل خرابی گروهی الیاف برای شبیه‌سازی خرابی در الیاف و از مدل فاصله برشی برای شبیه‌سازی آسیب در ماتریس چندلایه‌های کامپوزیتی گرافیت ـ اپوکسی استفاده کردند که در مدل خرابی گروهی از تابع احتمال ویبول جهت کاهش سختی الیاف استفاده شده بود.

خصوصیات مکانیکی در چندلایه‌های پلیمری تقویت‌شده با الیاف همچنین با تغییر لایه‌چینی و یا تعداد لایه‌ها به صورت متغیر مشاهده شده است [16] که به همین دلیل، محققان معیار خرابی مناسب برای بررسی شکست چندلایه‌ها را وابسته به جنس مصالح و ساختار چندلایه‌ها انتخاب کرده‌اند. همچنین شکل شکست چندلایه‌ها برای مواد و لایه‌چینی‌های مختلف متفاوت گزارش شده است به عنوان مثال هوآنگ [17] شکست چندلایه‌های بافته شده از جنس کربن ـ اپوکسی را به صورت تدریجی گزارش کرده حال آنکه مورینو و همکاران [18]، شکست چندلایه‌های از جنس شیشه ـ اپوکسی را به صورت یکباره و تحت اثر عملکرد گروهی معرفی کردند. ویسنام و همکاران [19] شکست چندلایه‌های با الیاف کربن را به صورت یکباره ملاحظه و شبیه‌سازی کردند.

تأثیر نوع ماتریس پلیمری در میزان ترد بودن شکست چندلایه‌های کامپوزیتی کمتر در تحقیقات مورد توجه قرار گرفته است. سپهوند و همکاران [20] رفتار شکست ترد را در نمونه‌های بتنی قرار گرفته تحت ضربه سقوط آزاد ملاحظه کردند و تأثیر کاربرد ورقه‌های مشبک فولادی را در میزان جذب انرژی نمونه‌های بتنی به صورت آزمایشگاهی و شبیه‌سازی عددی برآورد کردند. عظیم و همکاران [21] تأثیر لایه‌چینی‌های مختلف را در مورد نوع خرابی چندلایه‌های هیبریدی از جنس شیشه و کربن ملاحظه کرده و خرابی مشاهده شده را توسط معیارهای هشین شبیه‌سازی کردند.

در تحقیق حاضر، تغییر مدول الاستیسته خمشی نسبت به مدول الاستیسته کششی در چندلایه‌های شیشه ـ وینیل‌استر در لایه‌چینی‌های تک‌جهته به صورت آزمایشگاهی ملاحظه شده و معیاری جدید برای پیش‌بینی لحظه خرابی و تعیین تنش نهایی بیشینه تجربه شده در چندلایه‌ها بر اساس میزان جذب انرژی پیشنهاد می‌شود. اگرچه در تحقیقات قبلی معیارهای خرابی متعددی بر اساس میزان انرژی جذب شده در مواد کامپوزیتی پیشنهاد و مورد تصدیق قرار گرفته، نوآوری تحقیق حاضر عبارت از کاربرد چنین معیاری در مورد مصالح ترد و در تلفیق با مدل دسته‌ترک بوده است. یانوسی و انکرسون [22] یک مدل آسیب بر اساس میزان انرژی جذب شده در مواد توسعه داده و پیشرفت خرابی را در هر نقطه محاسباتی از مدل و نه به صورت یک دسته بررسی کردند که بنابراین برای پیش‌بینی شکست در مورد مصالح ترد کافی نبوده است. در ادامه تحقیق، مدل‌های المان‌محدود مطابق با نمونه‌های آزمایش ساخته شده و روش مدل‌سازی مورد تصدیق قرار می‌گیرد. معیار معرفی‌شده بر اساس میزان انرژی جذب‌شده در سطح دسته‌ترک با مشاهدات آزمایشگاهی در لایه‌گذاری‌های تک‌جهته مقایسه شده و دقت مدل‌ها مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

برنامه مطالعه آزمایشگاهی

چندلایه‌های از جنس شیشه ـ وینیل‌استر با پارچه‌ای از الیاف یک جهته با دانسیته سطحی $400\ gr/m^2$ و مقاومت کششی ۶۰۰ MPa با روش تزریق رزین به قالب تحت فشار ساخته شد که در چندلایه‌های دارای چهارلایه، ضخامتی معادل ۰/۷۵ mm برای هر لایه با دانسیته ۱۸۰۰ kg/m^3 (ρ) ایجاد کرد. با توجه به مد نظر قرار گرفتن رفتار چندلایه‌های تک‌جهته، نمونه‌هایی همراستا الیاف و عمود بر الیاف تهیه شد. در سطح خارجی چندلایه‌ها، مطابق با موارد کاربرد صنعتی، از پوششی ژلاتینی به رنگ آبی استفاده شد که جهت محافظت در برابر هوازدگی و رطوبت و کاهش نفوذپذیری به کار می‌رود. جدول (۱) خصوصیات مکانیکی یک تک‌لایه کامپوزیتی [23] تعیین شده توسط تست‌های استاندارد را نشان می‌دهد.

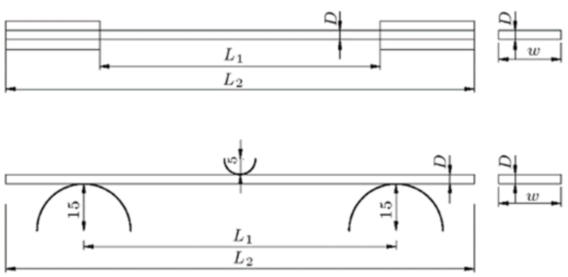
جدول ۱ خصوصیات مکانیکی ورقه‌های کامپوزیتی تک‌لایه از جنس شیشه ـ وینیل‌استر [23]

خصوصیات مکانیکی	لایه‌های تک‌جهته	لایه‌های بافته شده
E_1 (MPa)	۱۲۱۰۰	۷۵۵۰
E_2 (MPa)	۱۴۲۰	۷۵۵۰
E_3 (MPa)	۱۴۲۰	۱۲۸۰
υ_{12}	۰٫۲	۰٫۱۵
υ_{13}	۰٫۲	۰٫۲
υ_{23}	۰٫۳۵	۰٫۲
G_{12} (MPa)	۱۰۷۰	۱۷۵۰
G_{13} (MPa)	۱۰۷۰	۶۸۰
G_{23} (MPa)	۷۷۰	۶۸۰

برای ملاحظه رفتار خمشی چندلایه‌ها و به دست آوردن مدول الاستیسیته خمشی برای لایه‌چینی‌های مختلف مطابق با استاندارد ASTM D790-07 [24] عمل شد. این استاندارد نسبت طول دهانه به ضخامت (L_1/D) نمونه‌های تیر برای آزمایش خمشی را برابر ۳۲ پیشنهاد می‌کند. زیوبن [16] برای ملاحظه مدول الاستیسته تیرهایی با نسبت ابعاد $L_1/D=67$ و اسمیت و همکاران [5] برای ملاحظه بیشینه تنش خمشی قابل تحمل در چندلایه‌ها، تیرهایی با نسبت $L_1/D=33$ آزمایش کردند. از آنجا که با توجه به ضخامت کم چندلایه‌ها، ملاحظه بیشینه تنش قابل تحمل در تیرهایی با نسبت L_1/D بزرگ معمولا ممکن نیست، از این رو در تحقیق حاضر، مدول الاستیسته توسط نمونه‌هایی با $L_1/D=33$ و $L_1/D=67$ و مقاومت نهایی در نمونه‌هایی با $L_1/D=33$ مورد ملاحظه قرار گرفت. جدول (۲) ابعاد تعریف شده برای نمونه‌های مورد بررسی طبق شکل شماتیک ۱ و مقدار مدول الاستیسیته خمشی مربوط را نشان می‌دهد که در آن، نمونه‌های کششی با نام TS و نمونه‌های خمشی با نام FS نشان داده شده‌اند. جهت جلوگیری از وارد شدن آسیب به نمونه‌های تحت کشش، در محل اتصال به گیره از لقمه‌هایی بین نمونه و گیره استفاده شد. همچنین جهت حفظ تعادل در نمونه‌ها، اندازه L_2، حداقل ۵۰ میلی‌متر بزرگ‌تر از طول دهانه، L_1، در نظر گرفته شد. مقدار D برای ضخامت نیز با توجه به چهارلایه بودن همه نمونه‌ها برابر 3 mm اندازه‌گیری شد.

جدول ۲ معرفی نمونه‌های آزمایش و ابعاد طبق شکل (۱)

عنوان نمونه	L_1 (mm)	w (mm)	لایه‌چینی	مدول الاستیسیته خمشی (MPa)
TS1	۸۰	۲۰	(0_4)	–
TS2	۸۰	۲۰	(90_4)	–
FS1	۲۰۰	۵۰	(0_4)	۱۳٬۶۰۰
FS2	۲۰۰	۵۰	(90_4)	۴٬۴۴۰
FS3	۱۰۰	۲۰	(0_4)	۱۳٬۳۰۰
FS4	۱۰۰	۲۰	(90_4)	۴٬۰۵۰



شکل ۱ ابعاد نمونه‌ها و تکیه‌گاه در شکل شماتیک

شکل (۲) چیدمان آزمایش را برای تیر FS1 تحت بارگذاری توسط دستگاه Zwick نشان می‌دهد. مدول الاستیسته تیرها مطابق با استاندارد [24] از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$E_B = L_1^3 m/4wD^3 \qquad (۱)$$

که در آن L_1، w و D به ترتیب طول دهانه، عرض و ضخامت

تیر و m شیب مماس منحنی به دست آمده برای مقادیر بار ـ تغییرمکان این تیرهاست. بر این اساس مقدار مدول الاستیسیته خمشی (E_B) برای تیرها مطابق جدول (۲) ارائه شده است. استاندارد ASTM D790-07 تنش در سطح خارجی تیرها را بر اساس مکانیک کلاسیک و با فرض رفتار خطی برای مصالح، پیشنهاد می‌کند حال آنکه این مقدار دارای اختلاف زیاد با نتایج آزمایشگاهی است [25] لذا نیازی به ارائه آن نبود و تعیین میزان تنش نهایی قابل تحمل از طریق شبیه‌سازی با مدل‌های المان محدود به دست می‌آید.



شکل ۲ چیدمان بارگذاری مربوط به آزمایش سه نقطه خمشی در مورد نمونه FS1

مدل‌سازی المان محدود

مدل‌سازی تیرهای چندلایه کامپوزیتی توسط المان‌های آجری C3R8 انجام شد. نرم‌افزار مورد استفاده برای مدل‌سازی، آباکوس بود که دارای قابلیت خوبی برای بررسی رفتار خرابی در مواد است [26]. تکیه‌گاه‌ها به صورت صلب و توسط المان‌های پوسته‌ای S4R مدل‌سازی شده و تماس بین سطح تیر و سطح تکیه‌گاه‌های غلتکی از پایین و سطح وسیله بارگذاری از بالا، در دو راستا شامل راستای عمودی با شرایط میزان نفوذپذیری صفر و راستای تماسی با در نظر گرفتن یک ضریب اصطکاک بین سطوح انجام شد که این ضریب با توجه به کیفیت سطوح تکیه‌گاه‌ها و سطح تیر کامپوزیتی برابر ۰/۳ تعریف شد [13]. مطالعه همگرایی مش‌بندی در مورد نمونه‌ها انجام شد که نتیجه آن کفایت اختصاص یک المان به ازای هر لایه در ضخامت تیرها و بیشینه اندازه مش برابر ۲۰ mm در سطح تیر و برابر ۱۰ mm در میانه دهانه با توجه به تمرکز تنش و نیاز به ریزتر بودن المان‌ها در این ناحیه بود [25]. شکل (۳) مدل المان محدود، شرایط مرزی اعمال شده و تماس تعریف شده بین سطوح را نشان می‌دهد. در این شکل محورهای محلی (۱، ۲، ۳) مشخص شده و مؤلفه‌های مقید شده از جابه‌جایی‌ها جهت مدل کردن تکیه‌گاه و صفحه تقارن مدل به صورت (U_i) معرفی شده‌اند. مطالعه دستیابی به الگوی مش‌بندی بهینه به منظور حفظ اختصار، از ارائه در مقاله صرف نظر شد. مدل‌سازی خرابی و آسیب در چندلایه‌ها توسط سابروتین VUSDFLD پیشنهادی توسط برنامه آباکوس تعریف شد که در ادامه به آن اشاره خواهد شد.

شبیه‌سازی گسیختگی ترد توسط مدل دسته ترک

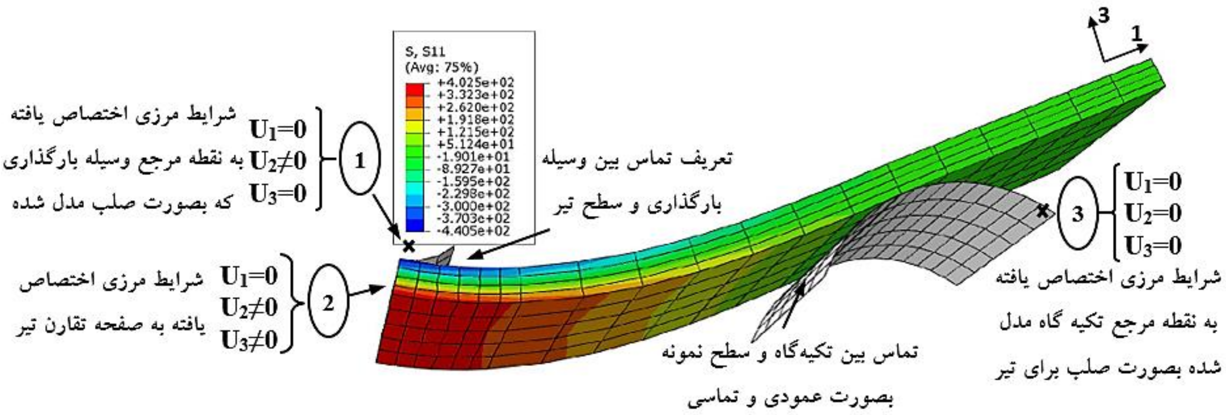
از آنجا که هر چقدر سرعت بارگذاری چندلایه‌های کامپوزیتی بیشتر باشد شکست مصالح معمولا به صورت تردتر ملاحظه می‌شود، شبیه‌سازی مقاومت نهایی سازه‌ها تحت بار ضربه‌ای بر مبنای تئوری‌های شکست تدریجی ممکن است پیش‌بینی صحیحی ارائه نکند، ضمن اینکه مدل‌سازی مقاومت پسماند نیز توسط چنین مدل‌هایی معمولا با خطاهای بزرگی همراه است [13]. از آنجایی که عموما الیاف رفتار ترد دارند، وقوع رفتار شکست تدریجی و یا ترد در چندلایه‌های کامپوزیتی، نه وابسته به رفتار الیاف بلکه بیشتر تحت تأثیر رفتار ماتریس به نظر می‌رسد. بر همین اساس بررسی رفتار چندلایه‌ها در هر دو جهت همراستا با الیاف و عمود بر الیاف توسط آزمایش‌ها شناسایی ضروری است. در نمونه‌های کششی ساخته شده از چندلایه‌ها در جهت الیاف (TS1) و عمود بر الیاف (TS2)، وقوع شکست به صورت یکباره و ترد ملاحظه شد حال آنکه قبل از شکست نهایی در نمونه عمود بر راستای الیاف، مقدار قابل توجهی نرم‌شدگی وجود داشت اما در وینیل‌استر، شکست نهایی به صورت ترد ملاحظه شد اما نوع شکست چندلایه‌های کامپوزیتی فقط وابسته به جنس مواد نبود و در بسیاری از گزارش‌ها، عملکرد خمشی وابسته به اندازه نمونه، سرعت بارگذاری و یا نوع ساخت چندلایه‌ها گزارش شده است [27]. به عنوان مثال در چندلایه‌های دارای اتصال بین‌لایه‌ای قوی، شکست به صورت ترد و در موارد اتصال ضعیف بین لایه‌ها، شکست به صورت لایه‌به‌لایه و تدریجی ملاحظه شده است. هوآنگ [17] شکست خمشی چندلایه‌های کربن ـ اپوکسی تحت آزمایش خود را به صورت لایه‌به‌لایه و ویسنام و همکاران [8, 19] شکست خمشی در چنین چندلایه‌هایی با جنس مشابه را به صورت دسته‌ای و وابسته به

عملکرد گروهی الیاف گزارش کرده و برای پیش‌بینی آن، بر اساس تئوری احتمالاتی ویبول یک حجم واحد نماینده شامل تعدادی از المان‌ها معرفی کرده و تنشی معادل را بر روی این حجم به عنوان معیار در نظر گرفتند. از طرفی شکست در برخی از انواع چندلایه‌های تحت خمش، نه مربوط به لایه‌های کششی و بلکه به علت فشار در لایه‌های بالایی مقطع ملاحظه شده است [17] بر همین اساس، یک نتیجه منطقی، انتخاب معیارهای شکست در چندلایه‌ها با توجه به خصوصیات آن‌ها شامل جنس و یا نوع ساخت است. اگرچه در تحقیق حاضر شکست نمونه‌های دارای الیاف تک‌جهته به صورت ترد ملاحظه شده اما شکست چندلایه‌ها با تغییر نوع لایه‌چینی موضوعی است که باید در تحقیقات آتی مورد بررسی قرار گیرد.

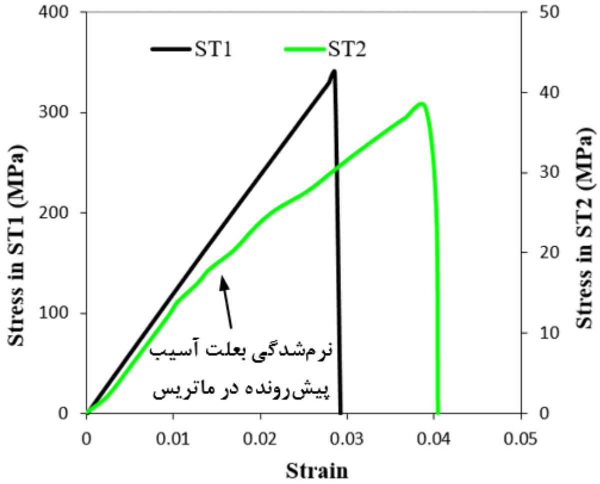
نمونه همراستا با الیاف، شکست ترد قبل از هر گونه نرم‌شدگی قبل به وقوع پیوست، لذا بر اساس مشاهدات کافی، از ترد بودن شکست نهایی در چندلایه‌های مورد بررسی، اطمینان حاصل شد. در مورد نمونه‌های خمشی نیز شکست چندلایه‌ها به صورت یکباره و پس از ملاحظه مقدار بیشینه بار تحمل شده به وقوع پیوست. اگرچه در این تحقیق بر روی چندلایه‌های ساخته‌شده با رزین بر اساس مشاهدات انجام شده، مناسب‌ترین مدل شکست برای پیش‌بینی شکست ترد در چندلایه‌ها، مدل دسته‌ترک تشخیص داده شد که توسط بازانت و اوه [28] پیشنهاد شده و در آن جذب میزانی از انرژی در یک محدوده مشخص (ناحیه گسیخته شده) معیار شکست محسوب می‌شود.

از آنجایی‌که اندازه‌گیری انرژی جذب شده با ملاحظه امکان تغییر مدول الاستیسیته چندلایه‌ها و امکان تغییر مقادیر تنش و یا کرنش نهایی در زمان شکست تحت بار خمشی، تا حدودی پیچیده به نظر می‌رسید، اندازه‌گیری میزان انرژی بحرانی لازم برای شکست چندلایه‌ها توسط آزمایش کشش منطقی‌تر بود که بر این اساس سطح زیر منحنی تنش ـ کرنش مطابق با شکل (۴) در نمونه‌های TS1 و TS2 به عنوان انرژی مورد نیاز برای شکست چندلایه‌ها به ترتیب در نمونه‌های ساخته شده همراستا با الیاف و عمود بر راستای الیاف اندازه‌گیری شد. شکل (۴) نرم‌شدگی قابل توجهی را برای نمونه TS2 بر خلاف رفتار نمونه TS1 قبل از شکست نهایی نشان می‌دهد که به علت آسیب پیش‌رونده نمونه قبل از شکست ترد نهایی ایجاد شده است. شکل (۵) گسیختگی نمونه TS1 را پس از آزمایش کشش توسط دستگاه GALDABINI نشان می‌دهد که در آن وقوع ترک‌های گسترده بر روی سطح ژلاتینی نمونه مشخص است.

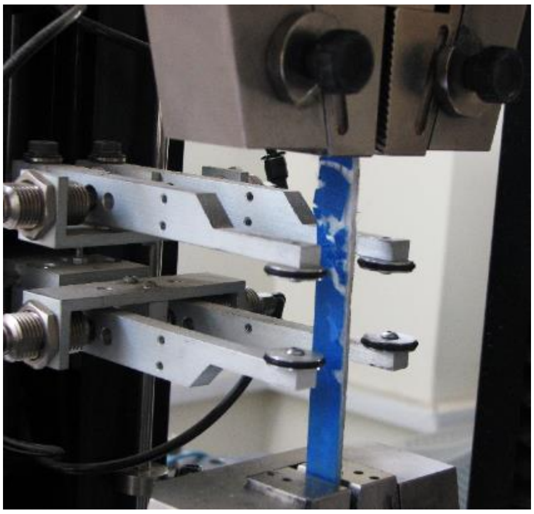
در مدل خرابی دسته‌ترک برای شکست ترد، ناحیه ترک‌خورده، ناحیه تحت تنش کششی است که مطابق با شکل (۶) سطح آن برای نمونه‌های کششی و خمشی با A^* نشان داده شده است و مقدار انرژی لازم برای شکست المان‌ها مبنا قرار گرفته که میزان دانسیته این انرژی در واحد سطح از ناحیه A^* اندازه‌گیری شده و در نمونه‌های خمشی، کلیه المان‌های قرار گرفته تحت کشش به عنوان دسته‌ترک معرفی شدند و رسیدن انرژی جذب شده در این سطح برابر با دانسیته انرژی بحرانی ملاحظه شده در آزمایش کشش مطابق با رابطه (۲) [28] معیار شکست چندلایه‌های قرار گرفته تحت خمش معرفی شد.



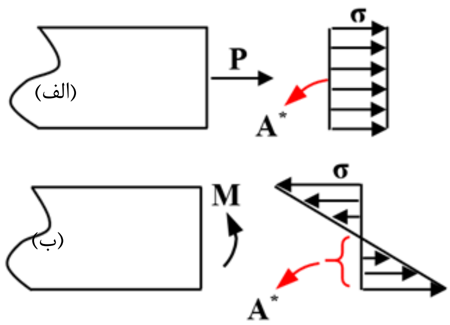
شکل ۳ مش‌بندی و شرایط مرزی مدل المان‌محدود تعریف‌شده برای تیرهای چندلایه کامپوزیتی



شکل ۴ نتایج تنش ـ کرنش به دست آمده برای نمونه‌های کامپوزیتی تحت تست کشش



شکل ۵ گسیختگی نمونه TS1 پس از آزمایش کشش



شکل ۶ نواحی بحرانی برای شکست در نمونه‌های تحت بارگذاری: الف) کششی و ب) خمشی

$$G^* = \frac{1}{A^*} \iiint_{A^*} \sigma_z d\varepsilon_z \qquad (۲)$$

در رابطه بالا، σ_z و ε_z به ترتیب تنش و کرنش نرمال بر سطح ترک را نشان می‌دهند. الگوریتم ارائه شده در شکل (۷)، برای پیش‌بینی شکست ترد در مدل‌های شبیه‌سازی شده از تیرها استفاده شد.

شبیه‌سازی آسیب پیش‌رونده در جهت عمود بر الیاف

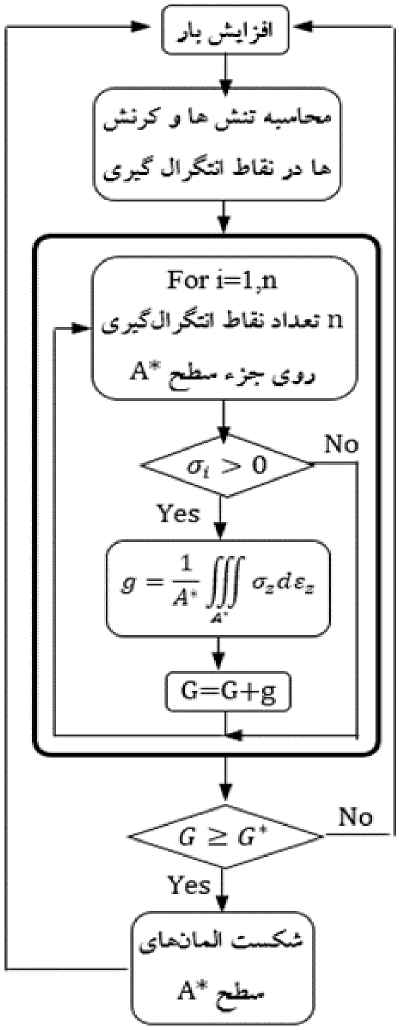
مشاهدات آزمایشگاهی در مورد تیرهای چندلایه، وقوع آسیب پیش‌رونده و خرابی نهایی ترد در تیرهای کامپوزیتی را به صورت دو پدیده منفک نشان داده، به این معنی که آسیب در لایه‌ها با تجاوز تنش از محدوده الاستیک شروع شده و منجر به کاهش سختی بود. از این رو آسیب ماتریس در چندلایه‌ها بر اساس معیارهای هشین [29, 30]، و رشد آسیب بر مبنای متغیر آسیب وابسته به انرژی معادل جذب شده پیشنهادی توسط کامانهو و داویلا [31] و میمی و همکاران [32] شبیه‌سازی شد حال آنکه این متغیر بر اساس تابع پیشنهادی کریسفلد و آلفانو [33] برای شبیه‌سازی خرابی بین‌لایه‌ای تعریف شده و برای مدل‌سازی شکست ترد و مقاومت پسماند در چندلایه‌ها دارای ضعف‌هایی گزارش شده است [34]. طبق تئوری هشین آسیب چندلایه‌های کامپوزیتی در چهار مود اتفاق می‌افتد که از دو معیار آن که مربوط به آسیب الیاف بوده، صرف نظر و دو معیار دیگر مربوط به آسیب ماتریس مورد استفاده قرار گرفت. با توجه به وجود تحقیقات متعددی که نشان‌دهنده کارایی بیشتر معیارهای آسیب بر پایه کرنش نسبت به معیارهای بر پایه تنش هستند [13]، معیارهای هشین بر مبنای مقادیر کرنش برای شروع آسیب به صورت زیر تعریف شدند:

- آسیب در ماتریس تحت کشش

$$f_1 = \left(\frac{\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}}{\varepsilon_{ls}}\right)^2 + \frac{\varepsilon_{12}^2 + \varepsilon_{13}^2}{(\varepsilon_{ls})^2} + \frac{\varepsilon_{23}^2 - \varepsilon_{22}\varepsilon_{33}}{(\varepsilon_{ts})^2} \geq 1$$

- آسیب در ماتریس تحت فشار

$$f_2 = \left(\frac{\varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}}{2\varepsilon_{ls}}\right)^2 + \frac{\varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}}{\varepsilon_{mc}}\left[\left(\frac{\varepsilon_{mc}}{2\varepsilon_{ls}}\right)^2 - 1\right] + \frac{\varepsilon_{12}^2 + \varepsilon_{13}^2}{(\varepsilon_{ls})^2} + \frac{\varepsilon_{23}^2 - \varepsilon_{22}\varepsilon_{33}}{(\varepsilon_{ts})^2} \geq 1$$



شکل ۷ الگوریتم وارد شده در برنامه المان‌محدود برای بررسی احتمال شکست ترد در تیرهای کامپوزیتی

در روابط بالا ε_{ij} مؤلفه‌های کرنش، ε_{mc} و ε_{mt} به ترتیب کرنش حدی فشاری و کششی در جهت عرضی چندلایه‌ها (راستای عمود بر الیاف)، ε_{ls} و ε_{ts} کرنش حدی برشی در جهت طولی و عرضی هستند. جدول (۳) کرنش‌های اندازه‌گیری شده برای نمونه‌های تهیه شده از جهات الیاف و عمود بر الیاف مربوط به لحظه شروع و تکمیل خرابی را نشان می‌دهد که این مقادیر توسط تست‌های شناسایی در دانشگاه صنعتی امیرکبیر برای مصالح مورد استفاده در این تحقیق به دست آمده‌اند [23]. در این جدول پارامترهای دارای زیرنویس 0 مربوط به شروع آسیب و پارامترهای دارای زیرنویس u مربوط به حالت تکمیل آسیب در تک‌لایه‌های کامپوزیتی می‌باشد.

جدول ۳ مقادیر کرنش‌های حدی مربوط به تک‌لایه کامپوزیتی مورد مطالعه [18]

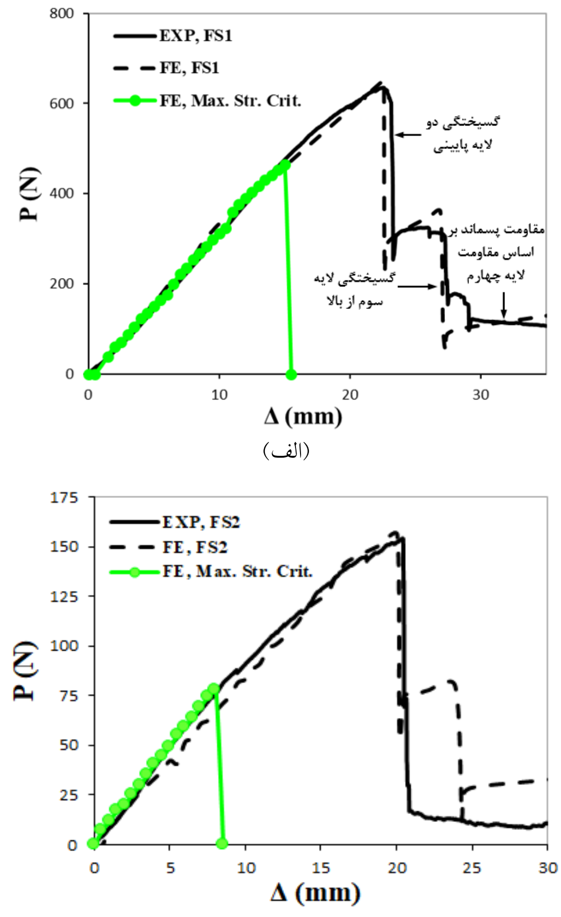
خصوصیات	مقدار	خصوصیات	مقدار
$(\varepsilon_{mc})_0$	۰/۰۰۲	$(\varepsilon_{ft})_0$	۰/۰۲۹
$(\varepsilon_{mc})_u$	۰/۰۶۵	$(\varepsilon_{ft})_u$	۰/۰۲۹
$(\varepsilon_{ls})_0$	۰/۰۰۱۹	$(\varepsilon_{mt})_0$	۰/۰۰۱۳
$(\varepsilon_{ls})_u$	۰/۰۳۷	$(\varepsilon_{mt})_u$	۰/۰۲۵۵
$(\varepsilon_{ts})_0$	۰/۰۰۲۲	$(\varepsilon_{fc})_0$	۰/۰۳۲
$(\varepsilon_{ts})_u$	۰/۰۴۳	$(\varepsilon_{fc})_u$	۰/۰۳۲

بحث بر روی نتایج

همان گونه که ذکر شد شکست نهایی تیرها فقط در مورد نمونه‌های FS3 و FS4 ملاحظه شد زیرا در شکست نهایی در نمونه‌های FS1 و FS2 مقارن با تغییر شکل بسیار زیاد و لیز خوردن قابل توجه نمونه‌ها بر روی تکیه‌گاه بوده و نتایج آن به اندازه کافی قابل اعتماد را برای صحت‌سنجی مدل پیشنهاد شده در این تحقیق نداشت. در نمونه FS3، پس از طی مرحله الاستیک مقدار کمی نرم‌شدگی در لحظه قبل از شکست نهایی ملاحظه شد حال آنکه با توجه به فرض کاملا ترد بودن شکست در جهت الیاف، از این آسیب صرف نظر شد. متناظر با افت نمودار بار ـ تغییرمکان مربوط به این نمونه در شکل (۸)، دو لایه زیرین این تیر به یکباره شکسته شده و سپس لایه‌های بعدی در معرض آسیب قرار گرفتند که پله‌های این نمودار، شکست این لایه‌ها را نشان می‌دهد. مطابق این شکل، نمودار به دست آمده از مدل المان‌محدود توانست منحنی آزمایشگاهی را با دقت خوبی شبیه‌سازی کند. شکل (۹) نمونه FS3 را پس از انجام تست در حالی که سه لایه زیرین در آن گسیخته شده، نشان می‌دهد که معیار گسیختگی الیاف (FV1) در مدل المان‌محدود ارائه شده در شکل (۱۰)، خرابی این لایه‌ها را تأیید می‌کند.

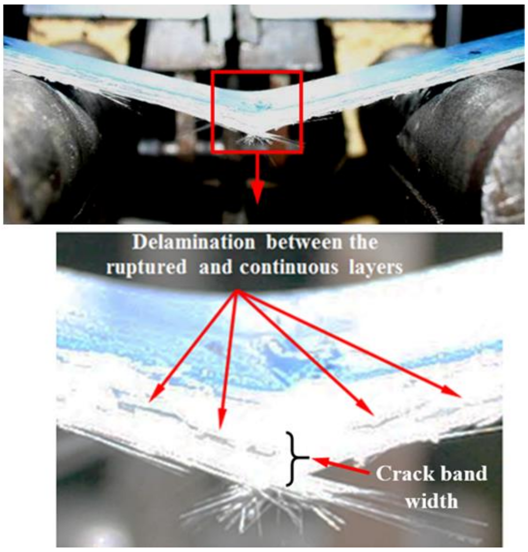
نمونه FS4 رفتار آسیب پیش‌رونده و معیار خرابی در تیری را نشان می‌دهد که در آن راستای الیاف عمود بر طول تیر بود. پیشرفت آسیب در این تیر به صورت نرم‌شدگی در نمودار بار ـ تغییر مکان شکل (۸ ـ ب) واضح است حال آنکه شکست نهایی آن با نفوذ ترک در هر دو بخش کششی و فشاری سطح مقطع به وقوع پیوسته و مقاومت پسماند کمتری نسبت به نمونه FS3 باقی می‌ماند. در مدل المان‌محدود این نمونه با توجه به فرض عرض

ترک فقط در قسمت کششی، خرابی به صورت مرحله‌ای شبیه‌سازی شده است. ملاحظه این نمونه نشان داد که خرابی چندلایه‌ها در صورت وقوع در جهت عرضی (عمود بر راستای الیاف) فقط منحصر به ناحیه کششی نبوده و شکست ترد وارد بخشی از ناحیه فشاری نیز می‌شود. مقاومت پسماند کم در نمونه FS3 نیز مؤید خرابی ترد در بخش بزرگی از مقطع است به صورتی که خرابی در لایه‌های فشاری نیز نفوذ کرده است.

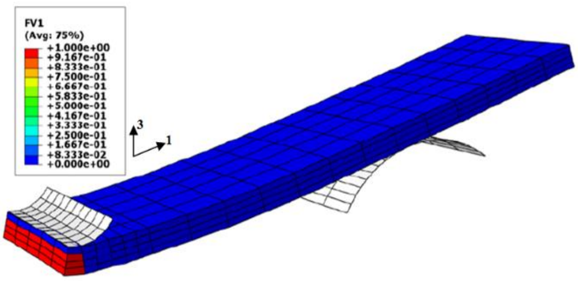


شکل ۸ نمودار بار ـ تغییر مکان به دست آمده از تست خمش نمونه‌های (الف) FS1 و ب) FS2

در شکل (۸) علاوه بر نتایج بار ـ تغییر مکان به دست آمده توسط مدل بر مبنای معیار خرابی انرژی جذب شده توسط دسته‌ترک، نتایج مدل بر مبنای معیار خرابی تنش بیشینه (Max Str. Crit.) نیز ارائه شده که میزان باربری را به مقدار قابل توجهی کمتر پیش‌بینی کرده است زیرا تنش بیشینه چندلایه‌ها تحت خمش افزایش پیدا کرده و معیار تنش بیشینه قادر به پیش‌بینی آن نبوده است. معیار خرابی انرژی جذب شده، بیشینه تنش را در نمونه FS3 و FS4 به ترتیب برابر ۴۰۰ MPa و ۸۰ MPa پیش‌بینی کرد در صورتی که تنش بیشینه اندازه‌گیری شده در نمونه‌های TS1 و TS2 به ترتیب برابر ۳۴۵ MPa و ۳۸ MPa بود. بر اساس این مشاهدات، میزان تنش خارجی‌ترین لایه در این نمونه‌ها در صورت قرارگرفتن چندلایه‌ها تحت خمش به نحو چشم‌گیری افزایش یافته است.



شکل ۹ وضعیت شکست لایه‌های کششی زیرین در نمونه FS3 پس از انجام تست خمش



شکل ۱۰ مدل المان محدود از آسیب لایه‌های زیرین در نمونه FS3

نتیجه‌گیری

شکست چندلایه‌های کامپوزیت پلیمری به عوامل متعددی از جمله جنس ماتریس و الیاف وابسته بوده و به همین علت، توسعه تئوری‌های مربوط به رفتار این مواد را که به صورت گسترده در سازه‌های نوین مورد استفاده هستند پیچیده نشان می‌دهد. در این

مقاله شکست چندلایه‌های کامپوزیتی از جنس الیاف شیشه و رزین وینیل‌استر تحت بارگذاری خمشی به صورت ترد ملاحظه شد و هدف مقاله ارائه مدلی مناسب برای شبیه‌سازی این نوع شکست بود. مدل‌های المان‌محدود مطابق با نمونه‌های آزمایشگاهی ساخته شده و خرابی چندلایه‌ها ناشی از آسیب ماتریس به صورت پیش‌رونده و بر اساس تئوری هشین و شکست نهایی بر اساس تئوری دسته‌ترک و میزان بحرانی انرژی جذب شده در سطح مستعد گسیختگی شبیه‌سازی شد. میزان انرژی جذب شده توسط چندلایه‌ها برای خرابی زیر بار کششی به دست آمده و سپس مدول الاستیسیته خمشی چندلایه‌ها با آزمایش نمونه‌های با نسبت طول دهانه به عمق بزرگ به دست آمد. مقایسه مدل‌های المان‌محدود با نتایج آزمایشگاهی، دقت بالای فرضیات پیشنهادی را در مقایسه با پیش‌بینی خرابی بر اساس معیارهای بر پایه تنش بیشینه نشان دادند. در مدلی که معیار خرابی بر اساس انرژی جذب شده توسط دسته‌ترک تعیین شده بود پیش‌بینی بیشینه بار قابل تحمل در نمونه آزمایشگاهی بدون خطا و در صورت انتخاب معیار خرابی بر اساس بیشینه تنش در چندلایه‌ها، بار بیشینه قابل تحمل در نمونه‌ها بین ۲۹٪ تا ۵۰٪ خطا داشت. اگرچه مدل خرابی پیشنهادی در این تحقیق در مقایسه با نتایج به دست آمده برای چندلایه‌های دارای الیاف تک‌جهته مورد تصدیق قرار گرفت، بررسی کفایت این مدل برای سایر لایه‌چینی‌ها می‌تواند در تحقیقات آینده شامل شود.

فهرست علائم

مؤلفه کرنش در جهت ij	ε_{ij}
مدول الاستیسیته خمشی (MPa)	E_B
طول دهانه تیر بین دو تیکه‌گاه (m)	L_1
طول کل تیر (m)	L_2
عرض تیر (m)	w
شیب مماس بر منحنی بار ـ تغییرمکان	m
ضخامت تیر (m)	D
تنش نرمال بر سطح ترک (MPa)	σ_z
کرنش نرمال بر سطح ترک (MPa)	ε_z
سطح ناحیه دسته ترک (m^2)	A^*
دانسیته انرژی روی ناحیه دسته ترک (N/m^4)	G
دانسیته انرژی بحرانی جهت گسیختگی (N/m^4)	G^*
نیروی محوری بر روی مقطع تیر (N)	P
لنگر خمشی بر روی مقطع تیر (N.m)	M
کرنش حدی فشاری جهت عرضی چندلایه‌ها	ε_{mc}
کرنش حدی کششی جهت عرضی چندلایه‌ها	ε_{mt}
کرنش حدی فشاری جهت طولی چندلایه‌ها	ϵ_{fc}
کرنش حدی کششی جهت طولی چندلایه‌ها	ϵ_{ft}
کرنش حدی برشی در جهت طولی	ε_{ls}
کرنش حدی برشی در جهت عرضی	ε_{ts}
کرنش‌های مربوط به شروع آسیب	$(\varepsilon_{ij})_0$
کرنش‌های مربوط به تکمیل آسیب	$(\varepsilon_{ij})_u$
مدول الاستیسیته در جهت i (MPa)	E_i
ضریب پوآسون در جهت ij	υ_{ij}
مدول برشی در جهت ij (MPa)	G_{ij}
جابه‌جایی در جهت i (m)	U_i
معیار آسیب ماتریس تحت کشش	f_1
معیار آسیب ماتریس تحت فشار	f_2
معیار گسیختگی الیاف	FV_1
دانسیته (kg/m^3)	ρ

واژه نامه

چندلایه‌های کامپوزیتی	Composite laminates
آسیب پیشرونده	Progressive damage
مدل دسته ترک	Crack band model
ظرفیت انرژی جذب	Energy absorption capacity

تقدیر و تشکر

مراجع

[1] R. M. Jones, "Mechanics of composite materials with different moduli in tension and compression", Final Scientific Report, Air Force Office of Scientific Research (AFSC), Texas, (1978).

[2] R. E. Bullock, "Strength ratios of composite materials in flexure and in tension", *Journal of Composite Materials*, Vol. 8, no. 2, pp. 200-206, (1974). https://doi.org/10.1177/002199837400800209

[3] M.R. Wisnom, "The relationship between tensile and flexural strength of unidirectional composites", *Journal of Composite Materials*, Vol. 26, No. 8, pp. 1173-1180, (1992). https://doi.org/10.1177/002199839202600805

[4] J.M. Whitney and M. Knight, "The relationship between tensile strength and flexure strength in fiber-reinforced composites", *Experimental Mechanics*, Vol. 20, No. 6, Pp. 211-216, (1980). https://doi.org/10.1007/BF02327601

[5] D.L. Smith, M.W. Wardle, and C. Zweben, "Test methods for fiber tensile strength, composite flexural modulus and properties of fabric-reinforced laminates", *Proceedings of the 5th International Conference on Composite Materials: Testing and Design*, (1979), Pp. 228-262. https://doi.org/10.1520/STP36912S

[6] M.K. Cattell and K.A. Kibble, "Determination of the relationship between strength and test method for glass fibre epoxy composite coupons using Weibull analysis", *Materials and Design*, Vol. 22, No. 4, Pp. 245-250, (2001). http://dx.doi.org/10.1016/S0261-3069(00)00096-0

[7] B.M. Doudican, B. Zand, P. Amaya, et al., "Strain energy based failure criterion: comparison of numerical predictions and experimental observations for symmetric composite laminates subjected to triaxial loading", *Journal of Composite Materials*, Vol. 47, No. 6, Pp. 847-866, (2012). https://doi.org/10.1007/s12206-020-0327-9

[8] M.R. Wisnom, "Size effects in the testing of fibre-composite materials", *Composites Science and Technology*, Vol. 59, No. 13, Pp. 1937-1957, (1999). https://doi.org/10.1016/S0266-3538(99)00053-6

[9] M. Mohahmmadi and M. Mahmoodi, "The effect of material degradation on the bending of laminated plates", *Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics*, Vol. 34, No. 2, Pp. 1-14, (2022). https://doi.org/10.22067/jacsm.2022.76213.1113

[10] M.J. Ramezani and M. Mohahmmadi, "Numerical and experimental investigation of deflection of laminated composites due to drop weight impact of different projectiles", *Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics*, Vol. 33, No. 2, Pp. 41-54, (2021). https://doi.org/10.22067/jacsm.2022.74339.1078

[11] F. Mujika, N. Carbajal, A. Arrese, and I. Mondragon, "Determination of tensile and compressive moduli by flexural tests", *Polymer Testing*, Vol. 25, No. 6, Pp. 766-771, (2006). https://doi.org/10.1016/j.polymertesting.2006.05.003

[12] M.C.S. Moreno, A.R. Gutiérrez and J.L.M. Vicente, "Different response under tension and compression of unidirectional carbon fibre laminates in a three-point bending test", *Composite Structures*, Vol. 136, Pp. 706-711, (2016). https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.06.017

[13] A.R. Nazari, M.Z. Kabir and H. Hosseni-Toudeshky, "Investigation into stiffness degradation progress in Glass/Vinylester laminated beams under large deformations", *Scientia Iranica A*, Vol. 25, No. 5, Pp. 2389-2403, (2018). https://doi.org/10.24200/sci.2017.4220

[14] P. Bhattacharyya, B.K. Chakrabarti, et al., Modelling critical and catastrophic phenomena in geoscience, *Lecture Notes in Physics*, Vol. 705, Springer, Berlin Heidelberg, (2006). https://doi.org/10.24200/sci.2017.4220

[15] Y.W. Kim and C.S. Hong, "Progressive failure model for the analysis of laminated composites based on finite

element approach", *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, Vol. 11, No. 10, Pp. 1078-1092, (1992). https://doi.org/10.1177/073168449201101001

[16] C. Zweben, "Is there a size effect in composite materials and structures?", *Composites*, Vol. 25, Pp. 451-454, (1994).

[17] Z.M. Huang, "Progressive flexural failure analysis of laminated composites with knitted fabric reinforcement", *Mechanics of Materials*, Vol. 36, Pp. 239-260, (2004). https://doi.org/10.1016/S0167-6636(03)00011-5

[18] M.A. Caminero, G.P. Rodríguez and V. Muñoz, "Effect of stacking sequence on Charpy impact and flexural damage behavior of composite laminates", *Composite Structures*, Vol. 136, Pp. 345-357, (2016). https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.10.019

[19] X. Li, S.R. Hallett and M.R. Wisnom, "A finite element based statistical model for progressive tensile fibre failure in composite laminates", *Composites: Part B*, Vol. 45, Pp. 433-439, (2013). https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2012.08.001

[20] H. Sepahvand, M. Hosseini and H. Hatami, "An experimental and numerical investigation into concrete specimens with expanded metal sheet under impact loading", *Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics*, Vol. 32, No. 1, Pp. 211-229, (2021). https://doi.org/10.22067/jacsm.2021.56750.0

[21] M. Azeem, H.H. Ya, et al., "Macroscale assessment of low-velocity impact on hybrid composite laminates", *Materialwiss Werkstofftech*, Vol. 52, No. 10, Pp. 1101-1111, (2021). https://doi.org/10.1002/mawe.202000325

[22] L. Iannucci and J. Ankersen, "An energy based damage model for thin laminated composites", *Composites Science and Technology*, Vol. 66, Pp. 934-951, (2006). https://doi.org/10.1016/j.compscitech.2005.07.033

[23] A.R. Nazari, "Investigation of load carrying and progressive failure in the composite sandwich panels with elastomeric foam under biaxial bending", Ph. D. Thesis, Amirkabir University of Technology, Iran, (2016).

[24] ASTM, "Standard test methods for flexural properties of unreinforced and reinforced plastics and electrical insulating materials", Designation: D790-07, (2007).

[25] A.R. Nazari, M.Z. Kabir and H. Hosseni-Toudeshky, "On the decreasing flexural modulus of glass/vinylester composite beams up to failure state", *Latin American Journal of Solids and Structures*, Vol. 14, No. 8, Pp. 1-26, (2017). https://doi.org/10.1590/1679-78253662

[26] ABAQUS, Analysis user’s manual. Version 6.10, ABAQUS Inc, (2010).

[27] P. Mohammadkhani, S.S. Jalali and M. Safarabadi, "Experimental and numerical investigation of low-velocity impact on steel wire reinforced foam core/composite skin sandwich panels", *Composite Structures*, (2020). https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2020.112992

[28] Z.P. Bazant and B.H. Oh, "Crack band theory for fracture of concrete", Matériaux et Construction, Vol. 16, Pp. 155-177, (1983). https://doi.org/10.1007/BF02486267

[29] Z. Hashin, "On elastic behavior of fibers reinforced materials of arbitrary transverse phase geometry", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 13, Pp. 119-134, (1965). https://doi.org/10.1016/0022-5096(65)90015-3

[30] Z. Hashin and A. Rotem, "A fatigue criterion for fiber reinforced materials", *Journal of Composite Materials*, Vol. 7, Pp. 448-464, (1973). https://doi.org/10.1177/002199837300700404

[31] P.P. Camanho and C.G. Davila, "Mixed-mode decohesion finite elements for the simulation of delamination in composite materials", NASA/TM-2002-211737, NASA Center for Aerospace Information (CASI), Virginia, (2002).

[32] P. Maimi, P.P. Camanho, J.A. Mayugo and C.G. Davila, "A thermodynamically consistent damage model for advanced composites", NASA/TM-2006-214282, NASA Center for Aerospace Information (CASI), Virginia, (2006).

[33] G. Alfano and M.A. Crisfield, "Finite element interface models for the delamination analysis of laminated composites: mechanical and computational issues", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 50, Pp. 1701-1736, (2001). https://doi.org/10.1002/nme.93

[34] A.R. Nazari, M.Z. Kabir and H. Hosseni-Toudeshky, "Investigation of elastomeric foam response applied as core for composite sandwich beams through progressive failure of the beams", *Journal of Sandwich Structures & Materials*, Vol. 21, No. 2, Pp. 604-638, (2019). https://doi.org/10.1177/1099636217697496